

УДК 519.63

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ РАЗЛОЖЕНИЯ ГИДРАТОВ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА В ПЛАСТЕ ПРИ Понижении ДАВЛЕНИЯ И ОДНОВРЕМЕННОМ НАГРЕВАНИИ

В. В. Попов

Аннотация. Построена и численно реализована математическая модель процесса разложения гидратов, сосуществующих в термодинамически равновесном состоянии в пласте, путем снижения давления и повышения температуры на галерее скважин. В системе связанных уравнений тепломассопереноса уравнение сохранения энергии содержит слагаемые, учитывающие конвективный и кондуктивный перенос тепла, а также скрытую теплоту фазового перехода.

Для описания данного процесса разработана и численно реализована математическая модель без явного выделения подвижной границы раздела областей с фазовым переходом и без фазового перехода. Численно реализована математическая модель, разработанная Г. Г. Цыпкиным в 2009 г.

Приведены результаты численных расчетов в виде графиков. Показано что при определенных значениях депрессии и начальной гидратонасыщенности значение последней на скважине приближается к нулю. Показано что при малых значениях начальной гидратонасыщенности даже достаточно сильный нагрев мало влияет на динамику подвижной границы, разделяющей область с фазовым переходом и область без фазового перехода.

DOI: 10.25587/SVFU.2019.39.76.008

Ключевые слова: фазовый переход, термодинамическое равновесие, теплопроводность, водонасыщенность, гидратонасыщенность, давление, плотность, фильтрация, газовые гидраты.

Введение

Газовые гидраты представляют собой твердые кристаллические соединения молекул газа и воды, устойчивые при определенных давлениях и температурах [1–3]. Один кубический метр газового гидрата содержит примерно 180 м^3 газа и $0,8\text{ м}^3$ воды. Природные газовые гидраты, состоящие в основном из гидрата метана, рассматриваются как перспективные источники углеводородного сырья. К настоящему времени газогидраты обнаружены в районах, расположенных вдоль побережий Северной и Южной Америки, Евроазиатского континента, в

Работа выполнена в рамках госзаказа Министерства науки и высшего образования РФ № 0377–2018–0002, а также при финансовой поддержке РФФИ и Правительства РС (Я) в рамках научного проекта №18–45–140035 р-а.

© 2019 Попов В. В.

Австралии, Индии, Японии, под Чёрным, Каспийским и Средиземным морями, озером Байкал и др. По различным оценкам ресурсы природных газовых гидратов значительно превышают суммарные ресурсы всех горючих ископаемых. Поэтому актуальным является вопрос о поиске экономически рентабельных технологий разработки залежей газовых гидратов [4]. С другой стороны, газогидрат создает много проблем в газотранспортной промышленности. При определенных условиях температуры и давления образование гидратов приводит к засорению, даже закупорке трубопровода [5].

Основными методами разработки залежей газогидратов являются снижение давления, нагревание, ввод ингибитора и закачка в пласт диоксида углерода. При депрессионном методе разработки газогидратных месторождений необходимо, чтобы давление в пласте стало ниже равновесного давления разложения гидрата. В этом случае газогидрат начинает распадаться на газ и воду (лед), поглощая при этом тепло. Если разложение гидрата происходит на газ и лед, то это позволяет уменьшить энергетические затраты на разработку газогидратных месторождений, так как удельная теплота фазового перехода «гидрат — газ и лед» в несколько раз меньше теплоты фазового перехода «гидрат — газ и вода» [6]. В работе [2] рассматривается термодинамическая модель гидратообразования. На основе модели Ван-дер-Ваальса — Платтеу теоретически исследуется влияние ингибиторов на условие образования гидратов природного газа. Получены условия образования гидратов в зависимости от состава газа. Аналогичные исследования проводились в работе [3].

В последние два десятилетия большое внимание уделяется уменьшению выбросов в атмосферу и утилизации парниковых газов, вызывающих глобальное изменение климата. Одним из наиболее распространенных парниковых газов является углекислый газ. В качестве перспективной технологии утилизации CO_2 предлагается его закачка в глубоко залегающие проницаемые горные породы, например, в угольные пласты или истощенные месторождения природного газа [7–11]. Следует отметить работы, связанные с инъекцией газа с образованием или разложением гидрата [12–14]. В [12] получены автомодельные решения задачи об образовании газогидрата сероводорода при инъекции жидкого сероводорода в пласт, насыщенный нефтью и водой. Установлено, что образование газогидрата в пласте происходит либо на фронтальной поверхности, либо в протяженной области пласта. В [13, 14] проведено численное моделирование процесса образования газогидрата в результате нагнетания холодного газа (метан) в пористую среду, изначально насыщенную газом и водой. В работе [14] показано, что происходит вырождение протяженной области во фронтальную поверхность. Есть также работы по математическому моделированию процесса разложения-образования гидратов, учитывающие изменение температуры и давления в газогидратном пласте [4, 15–18]. В [4] для математического моделирования процесса объемной диссоциации газовых гидратов в пористой среде предлагаются две модели — равновесная и кинетическая. В основе первой модели лежит предположение о том, что в каждом элементарном объеме пористой

среды выполняется условие термодинамического равновесия системы «газ — вода — гидрат». Кинетическая модель основана на экспериментальной зависимости скорости диссоциации газогидрата от давления, температуры и размеров его частиц. В [15] предложена математическая модель неизотермической фильтрации газа, а также разработан алгоритм решения уравнений этой модели, который включает в себя авторский метод расчета гидратонасыщенности. Предложен метод, который позволяет решать такую задачу, причем он является универсальным — подходит и для многомерных, и для многофронтных задач Стефана, а также для задач с протяженной областью фазовых переходов. В [16] предложена математическая модель процесса диссоциации в пласте газогидрата с учетом неизотермического фильтрационного течения, эффекта адиабатического охлаждения, дроссельного эффекта, реальных свойств газа. Сравнение результатов численного эксперимента с автоматическими решениями показало их хорошую согласованность. В работе [17] создана аналитическая модель массопереноса и теплопередачи при диссоциации гидрата в пористых средах путем снижения давления при тепловом и гидродинамическом воздействии. Для исследования процесса использован сосуд с объемом 117,8 л. Получено аналитическое решение математической модели. Полученные результаты хорошо согласуются с экспериментальными данными. В [18] рассмотрен метод циклического сброса давления разработки газогидратного месторождения.

В работах [6, 19–21] рассмотрены случаи либо теплового, либо гидродинамического воздействия на пласт. В работе [6] предложена математическая модель разложения газогидрата в случае отрицательной начальной (до начала эксплуатации скважины) температуры пласта. В модели учтены основные особенности этого процесса: неизотермическое фильтрационное течение газа, фазовые переходы, реальные свойства газа, эффект адиабатического охлаждения и эффект Джоуля — Томсона. В [19] выполнен анализ влияния начальных пластовых условий на динамику распределения его влагосодержания для модельной задачи отбора реального газа из скважины в центре кругового пласта с непроницаемыми кровлей и подошвой. В [20] предложена математическая модель разложения гидрата, сосуществующего с водой, учитывающая образование непроницаемой области и двух неизвестных границ фазовых переходов: переднего фронта кристаллизации воды и фронта диссоциации. Обнаружено, что при увеличении давления в скважине до критического происходит слияние поверхностей фазовых переходов. В работе [21] представлена математическая модель разложения гидратов природного газа при тепловом воздействии через подошву пласта. В [22] численно реализована математическая модель процесса разложения гидратов вокруг скважины при снижении давления и одновременном нагреве в рамках задачи Стефана. В работе [23] предложена математическая модель процесса разложения гидратов в пласте при нагреве и одновременном снижении давления, где фазовый переход происходит в протяженной области. Получено аналитическое решение для полубесконечного пласта.

В настоящей работе численно реализована математическая модель из ра-

боты [23] в случае, когда начальная гидратонасыщенность достаточно мала или депрессия на пласт достаточно высока. Основные уравнения основаны на фундаментальных законах многофазных сред [4, 6–25].

1. Математическая модель разложения гидратов без образования подвижной границы

Сначала рассмотрим математическую модель разложения гидратов без образования подвижной границы. Это возможно при достаточно больших значениях гидратонасыщенности.

Закон сохранения энергии, описываемый уравнением теплопроводности, содержит слагаемое, учитывающее теплоту фазового перехода гидрат — газ [23]:

$$C \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{k(1-\nu)f_g}{\mu_g} \rho_g c_g \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{k(1-\nu)f_w}{\mu_w} \rho_w c_w \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + m \rho_h q_h \frac{\partial \nu}{\partial t}, \quad (1)$$

$$0 < x < l, \quad t > 0;$$

уравнение фильтрации газа имеет вид

$$m \frac{\partial}{\partial t} \left((1-\nu-\sigma) \frac{p}{TR} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{k(1-\nu)f_g}{\mu_g} \frac{p}{RT} \frac{\partial p}{\partial x} \right) - m \rho_h \varepsilon \frac{\partial \nu}{\partial t}, \quad (2)$$

$$0 < x < l, \quad t > 0;$$

где k — коэффициент проницаемости пористой среды; μ_g — динамическая вязкость газа, f_g — относительная фазовая проницаемость газа:

$$f_g = \begin{cases} (1 + 3\sigma) \left(\frac{0.9-\sigma}{0.9} \right)^{3.5}, & 0 \leq \sigma < 0.9, \\ 0, & 0.9 \leq \sigma \leq 1, \end{cases}$$

уравнение фильтрации воды имеет вид

$$m \frac{\partial \sigma}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{k(1-\nu)f_w}{\mu_w} \frac{\partial p}{\partial x} \right) - m \frac{\rho_h}{\rho_w} (1-\varepsilon) \frac{\partial \nu}{\partial t}, \quad 0 < x < l, \quad t > 0; \quad (3)$$

где f_w — относительная фазовая проницаемость воды; μ_w — динамическая вязкость воды;

$$f_w = \begin{cases} \left(\frac{\sigma-0.2}{0.8} \right)^{3.5}, & 0.2 < \sigma \leq 1, \\ 0, & 0 \leq \sigma \leq 0.2. \end{cases}$$

Давление и температура связаны равновесным условием сосуществования фаз:

$$T = A \ln p + B, \quad 0 < x < l, \quad t > 0. \quad (4)$$

Начальное условие:

$$T(0, x) = T_0, \quad p(0, x) = A \ln p_0 + B, \quad \nu(0, x) = \nu_0, \quad \sigma(0, x) = \sigma_0, \quad (5)$$

$$0 < x < l, \quad t > 0.$$

Условие на левой границе:

$$T(t, 0) = T_g, \quad p(t, 0) = p_g, \quad t > 0. \quad (6)$$

Условие на правой границе:

$$T(t, l) = T_0, \quad p(t, l) = p_0, \quad \nu(t, l) = \nu_0, \quad \sigma(t, l) = \sigma_0, \quad t > 0. \quad (7)$$

С целью повышения эффективности численной реализации математической модели (1)–(7) преобразуем уравнения (1)–(3). Из уравнения (2) исключим $\frac{\partial \nu}{\partial t}$, используя уравнение (1):

$$m \frac{\partial}{\partial t} \left((1 - \nu - \sigma) \frac{p}{TR} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{k(1 - \nu)f_g}{\mu_g} \frac{p}{RT} \frac{\partial p}{\partial x} \right) - C \frac{\varepsilon}{q_h} \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\varepsilon}{q_h} \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\varepsilon}{q_h} \frac{k(1 - \nu)f_g}{\mu_g} \rho_g c_g \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\varepsilon}{q_h} \frac{k(1 - \nu)f_w}{\mu_w} \rho_w c_w \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x}, \quad 0 < x < l, \quad t > 0. \quad (8)$$

Гидратонасыщенность будем вычислять из уравнения, полученного исключением второй производной температуры по x :

$$C \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{\lambda}{K} \frac{A}{p} \phi \frac{\partial}{\partial t} \left((1 - \nu - \sigma) \frac{p}{TR} \right) = \frac{\partial \lambda}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\lambda}{K} \frac{A}{p} \frac{\partial K}{\partial x} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\lambda}{K} \frac{A}{p} \phi \rho_h \varepsilon \frac{\partial \nu}{\partial t} + \frac{k(1 - \nu)f_g}{\mu_g} \rho_g c_g \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{k(1 - \nu)f_w}{\mu_w} \rho_w c_w \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + \phi \rho_h q_h \frac{\partial \nu}{\partial t}, \quad 0 < x < l, \quad t > 0. \quad (9)$$

Здесь

$$K = \frac{k(1 - \nu)f_g}{\mu_g} \frac{p}{RT}.$$

Уравнение неразрывности потока воды (3) приведем к виду, полученному понижением порядка уравнения фильтрации воды (3), используя для этого уравнение фильтрации газа (2):

$$m \frac{f_g}{\mu_g} \rho_g \frac{\partial \sigma}{\partial t} - m \frac{f_w}{\mu_w} \frac{\partial}{\partial t} \left((1 - \nu - \sigma) \rho_g \right) + m \frac{f_g}{\mu_g} \rho_g \frac{\rho_h}{\rho_w} (1 - \varepsilon) \frac{\partial \nu}{\partial t} + \frac{f_w}{\mu_w} m \rho_h \varepsilon \frac{\partial \nu}{\partial t} = \rho_g \frac{f_g}{\mu_g} \frac{k}{\mu_w} \frac{\partial (1 - \nu) f_w}{\partial x} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{f_w}{\mu_w} \frac{k}{\mu_g} \frac{\partial f_g \rho_g}{\partial x} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad 0 < x < l, \quad t > 0.$$

Опишем алгоритм численного решения задачи (8)–(10), (4)–(7). Пусть известны распределения искомых функций на n -м временном слое. Для перехода на $(n + 1)$ -й временной слой:

- 1) задаем начальные приближения искомых функций из нижнего временного слоя;
- 2) вычисляем распределение давления;
- 3) используя найденное распределение давления, вычисляем распределение температуры из условия термодинамического равновесия сосуществования гидрата, газа и воды по формуле (4);

4) вычисляем распределение гидратонасыщенности из разностного аналога уравнения (9);

5) вычисляем распределение водонасыщенности из (10);

6) если разница распределения гидратонасыщенности на данном и предыдущем шаге больше заданной точности, то повторяем шаги 2–5, в противном случае прекращаем итерации и переходим на следующий временной слой.

2. Модель с образованием подвижной границы

При малых значениях начальной гидратонасыщенности приведенный выше алгоритм дает отрицательные значения гидратонасыщенности. Это означает, что должна появляться область, свободная от гидратов. На ее границе должны выполняться условия сохранения энергии и массы, связывающие их потоки со скоростью движения границы [23]. При малых значениях гидратонасыщенности численная реализация такой модели затруднительна. Однако численные значения потоков газа на подвижной границе как слева, так и справа, значительно превышают интенсивность выделения газа из газового гидрата. Другими словами, скачок потока газа мал по сравнению с самими потоками. Следовательно, фильтрацию газа можно описывать одним уравнением на всей области определения задачи, при этом нужно учитывать разрыв теплового потока.

Приведем математическую формулировку задачи.

Уравнение теплопроводности в области отсутствия гидрата имеет вид

$$C \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{k f_g}{\mu_g} \rho_g c_g \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{k f_w}{\mu_w} \rho_w c_w \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x}, \quad 0 < x < l, \quad t > 0. \quad (11)$$

где

$$C = c_s \rho_s (1 - m) + m \nu c_h \rho_h + m \sigma c_w \rho_w + m(1 - \nu - \sigma) c_g \rho_g, \\ \lambda = \lambda_s (1 - m) + m \nu \lambda_h + m \sigma \lambda_w + m(1 - \nu - \sigma) \lambda_g,$$

где c — теплоемкость, ρ — плотность, m — пористость, λ — коэффициент теплопроводности, σ — водонасыщенность, ν — гидратонасыщенность.

Здесь индексы s, h, w, g относятся соответственно к скелету горной породы, гидрату, воде и газу.

Уравнение неразрывности потока газа имеет вид

$$m \frac{\partial}{\partial t} \left((1 - \sigma) \frac{p}{TR} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{k f_g}{\mu_g} \frac{p}{RT} \frac{\partial p}{\partial x} \right), \quad 0 < x < s(t), \quad t > 0. \quad (12)$$

Пренебрегая движением воды в данной области, суммарный баланс массы воды вычислим по следующей формуле:

$$\sigma = \sigma_0 + \frac{\nu_0 \rho_h (1 - \varepsilon)}{\rho_w}, \quad (13)$$

а на границе раздела фаз выполняются условия баланса тепла:

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{-0} - \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{+0} = \nu_* m \rho_h q_h \frac{ds}{dt} \quad (14)$$

и массы:

$$\frac{k(1-\nu)f_g}{\mu_g}\rho_g\frac{\partial p}{\partial x}\Big|_{-0} = \frac{k(1-\nu)f_g}{\mu_g}\rho_g\frac{\partial p}{\partial x}\Big|_{+0} + m\rho_h\varepsilon\frac{ds}{dt}. \quad (15)$$

Искомые функции $T(t, x)$, $p(t, x)$ непрерывны:

$$T_{-0} = T_{+0} = T_s, \quad p_{-0} = p_{+0} = p_s. \quad (16)$$

Предел гидратонасыщенности слева равен нулю, справа больше нуля:

$$\nu_{-0} = 0, \quad \nu_{+0} = \nu_*. \quad (17)$$

Уравнения неразрывности потока газа (8) и (12) напомним как одно уравнение с разрывными коэффициентами:

$$m\frac{\partial}{\partial t}\left((1-\nu-\sigma)\frac{p}{TR}\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{k(1-\nu)f_g}{\mu_g}\frac{p}{RT}\frac{\partial p}{\partial x}\right) - \eta(\nu)C\frac{\varepsilon}{q_h}\frac{\partial T}{\partial t} + \eta(\nu)\left(\frac{\varepsilon}{q_h}\frac{k(1-\nu)f_g}{\mu_g}\rho_g c_g\frac{\partial p}{\partial x}\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\varepsilon}{q_h}\frac{k(1-\nu)f_w}{\mu_w}\rho_w c_w\frac{\partial p}{\partial x}\frac{\partial T}{\partial x}\right). \quad (18)$$

Здесь

$$\eta(\nu) = \begin{cases} 1, & \nu > 0, \\ 0, & \nu = 0. \end{cases}$$

При известных значениях ν_f , T_f численное решение задачи (4)–(7), (8)–(10), (11)–(18) можно проводить методом ловли фронта в узел сетки. В данной работе значения параметров ν_f , T_f найдены методом подбора.

Также предлагается другая математическая модель (4)–(7), (9)–(11), (13), (18). Значение гидратонасыщенности на подвижной границе принимается равным нулю: $\nu_f = 0$. Положение границы и значения давления на подвижной границе ($T_f = A \log pf + B$) определяются из условия равенства нулю гидратонасыщенности, вычисленной из уравнения (9). Тогда условия баланса тепла и массы на подвижной границе выполняются нестрого. Но, как показывают численные эксперименты, решение задачи (4)–(7), (9)–(11), (13), (18) близко к решению исходной задачи (4)–(7), (8)–(10), (11)–(18).

Расчеты проведены при следующих значениях параметров:

$$c_s = 700 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot\text{K}); \quad \rho_s = 2650 \text{ кг}/\text{м}^3; \quad c_h = 3210 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot\text{K}); \quad \rho_h = 910 \text{ кг}/\text{м}^3;$$

$$c_w = 4.19 \cdot 10^3 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot\text{K}); \quad \rho_w = 1000 \text{ кг}/\text{м}^3; \quad c_g = 2093 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot\text{K});$$

$$\lambda_s = 2 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{K}); \quad \lambda_h = 2.11 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{K});$$

$$\lambda_w = 0.58 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{K}); \quad \lambda_g = 0.0034 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{K});$$

$$q_h = 5.1 \cdot 10^5 \text{ Дж}/\text{кг}; \quad \mu_w = 1.8 \cdot 10^{-3} \text{ Па}\cdot\text{сек}; \quad \mu_g = 1.3 \cdot 10^{-5} \text{ Па}\cdot\text{сек};$$

$$\varepsilon = 0.129; \quad m = 0.1; \quad k = 10^{-13} - 10^{-15} \text{ м}^2.$$

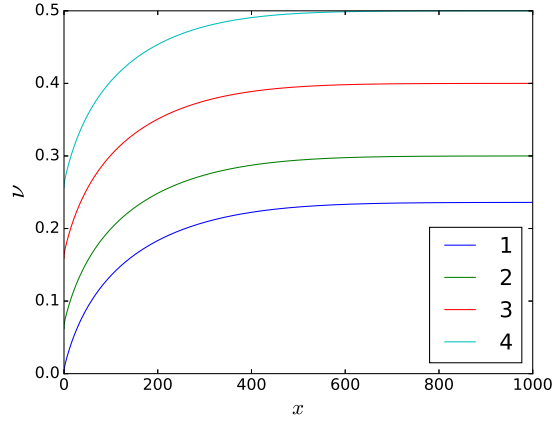


Рис. 1. Распределение водонасыщенности при $t = 5$ суток $\nu_0 = 0.3$, $\sigma_0 = 0.3$, $T_0 = 285$, $k = 10^{-13}$.

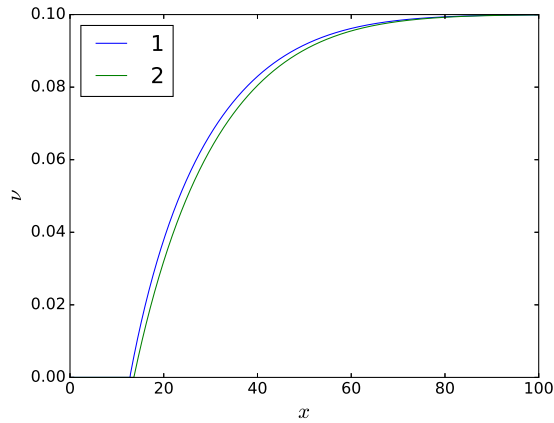


Рис. 2. Распределение водонасыщенности: 1 — исходная модель, 2 — предлагаемая модель при $t = 5$ суток $\nu_0 = 0.1$, $\sigma_0 = 0.3$, $T_0 = 280$, $k = 10^{-13}$.

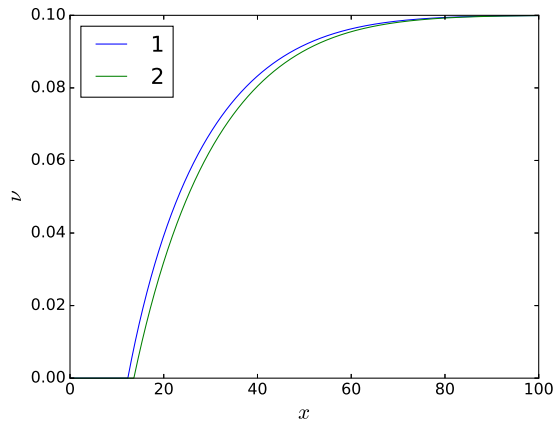


Рис. 3. Распределение водонасыщенности: 1 — без учета конвективного и кондуктивного переноса тепла, 2 — с учетом конвективного и кондуктивного переноса тепла при $t = 5$ суток $\nu_0 = 0.1$, $\sigma_0 = 0.3$, $T_0 = 280$, $k = 10^{-15}$.

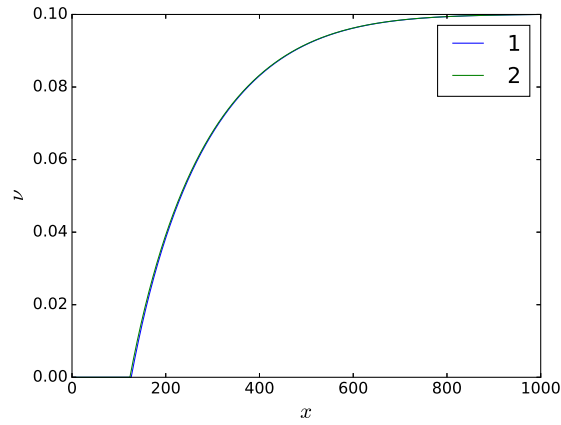


Рис. 4. Распределение водонасыщенности: 1 — исходная модель, 2 — модель без учета конвективного и кондуктивного переноса тепла при $t = 5$ суток $\nu_0 = 0.1$, $\sigma_0 = 0.3$, $T_0 = 280$. $k = 10^{-13}$.

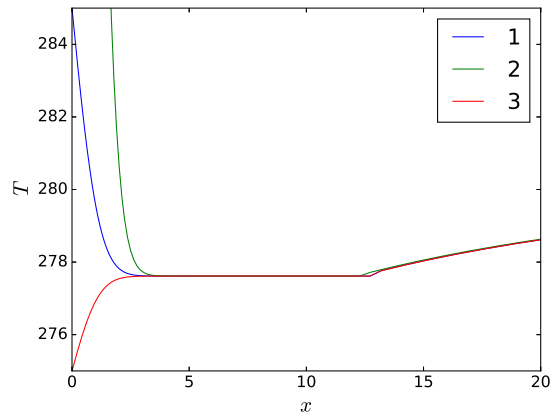


Рис. 5. Распределение температуры при $t = 5$ суток $\nu_0 = 0.1$, $\sigma_0 = 0.3$, $T_0 = 280$, $k = 10^{-15}$ $T_g = 285$, 385 и 275 (равновесная температура, соответствующая давлению p_0).

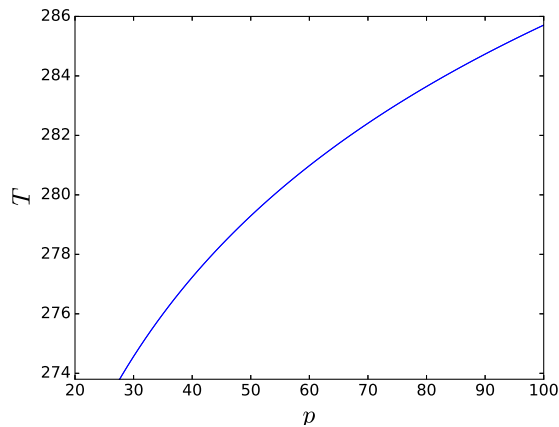


Рис. 6. Условие термодинамического равновесия.

Алгоритм решения задачи аналогичен предыдущему. Разница в том, что если значение гидратонасыщенности неположительно, то нужно приравнять его к нулю и для вычисления распределения температуры, давления и водонасыщенности использовать соответствующие уравнения (11), (18), (13).

Проведены расчеты с учетом и без учета конвективного и кондуктивного переноса тепла.

На рис. 1 приведены распределения гидратонасыщенности при начальных гидратонасыщенностях, равных $\nu = 0.5, 0.4, 0.3, 0.236$, начальной температуре $T_0 = 285.15$, начальной водонасыщенности $\sigma_0 = 0.3$ в момент времени 5 суток при коэффициенте проницаемости $k = 10^{-13}$.

На рис. 2 приведены распределения гидратонасыщенности, полученные при численной реализации исходной и предлагаемой модели для проницаемости $k = 10^{-15}$. Относительная разность в процентах составляет порядка 11 процентов.

На рис. 3 представлены результаты расчетов с учетом и без учета конвективного и кондуктивного переноса тепла при проницаемости $k = 10^{-15}$. При проницаемости $k = 10^{-13}$ эта разница меньше на порядок — рис. 4.

На рис. 5 приведены результаты расчетов при температурах на левой границе $T_g = 275.15, 285.15, 385.15$, при коэффициенте проницаемости $k = 10^{-15}$, начальной температуре $T_0 = 280.15$, начальной гидратонасыщенности $\nu_0 = 0.1$ и начальной водонасыщенности $\sigma_0 = 0.3$.

На рис. 6 приведен график зависимости равновесной температуры от давления.

3. Заключение

По результатам проведенных численных экспериментов можно сделать следующие выводы.

1. Как показали численные расчеты, при малых значениях начальной гидратонасыщенности вклад теплового воздействия через скважину пренебрежимо мал.

2. Численные исследования показали, что размер области с разложившимся гидратом сильно зависит от начальной гидратонасыщенности, депрессии и проницаемости.

3. Так как причиной разложения гидратов в проведенных расчетах является снижение давления, а гидраты разлагаются преимущественно за счет потери тепловой энергии пласта, при больших проницаемостях можно пренебречь кондуктивной и конвективной теплопроводностью.

4. Предложенную модель и вычислительный алгоритм легко распространить на многомерный случай.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бък С. Ш., Макогон Ю. Ф., Фомина В. И. Газовые гидраты. М.: Химия, 1980.
2. Galicia-Andrés E., Medeiros M. Hydrate equilibrium modeling with the cubic two-state equation of state // J. Mex. Chem. Soc. 2016. V. 60, N 4. P. 226–237.

3. Hossein A., Dehaghani S., Badizad M. H. Thermodynamic modeling of gas hydrate formation in presence of thermodynamic inhibitors with a new association equation of state // *Fluid Phase Equilibria*. 2016. V. 427. P. 328–339. doi.org/10.1016/j.fluid.2016.07.021
4. Хайруллин М. Х., Морозов П. Е., Абдуллин А. И., Шамсиев М. Н. Моделирование процессов образования и разложения газовых гидратов в пористой среде при депрессионном воздействии // *Вестн. МГТУ*. 2013. Т. 16, № 4. С. 803–807.
5. Jozian S., Vafajoo L. Mathematical modeling of the gas hydrate formation in a 90° elbow utilizing CFD technique // *Chem. Eng. Trans.* 2018. V. 70. P. 2167–2172. DOI:10.3303/CE1870362
6. Мусакаев Н. Г., Бородин С. Л., Хасанов М. К. Динамика разложения газовых гидратов в пористой среде с учетом формирования льда // *Вестн. Тюмен. гос. ун-та. Физ.-мат. моделирование. Нефть, газ, энергетика*. 2017. Т. 3, № 1. С. 46–57. DOI: 10.21684/2411-7978-2017-3-1-46-57
7. Цыпкин Г. Г. Образование гидрата при инъекции жидкой двуокиси углерода в пласт, насыщенный метаном и водой // *Изв. РАН. Механика жидкости и газа*. 2016. № 5. С. 99–107.
8. Гималтдинов И. К., Столповский М. В., Додова М. И. Численное решение задачи об образовании гидрата двуокиси углерода в пористом пласте, изначально насыщенном гидратом метана // *Изв. Томск. политехн. ун-та. Инжиниринг георесурсов*. 2017. Т. 328, № 6. С. 91–98.
9. Shagapov V. Sh., Khasanov M. K. Regimes of methane recovery from gas hydrate on injection of “warm” carbon dioxide into a porous medium // *High Temperature*. 2017. V. 55, N 5. P. 737–745. DOI: 10.1134/S0018151X17050170
10. Khasanov M. K. Mathematical model of formation of carbon dioxide hydrate upon injection of carbon dioxide into a methane hydrate stratum // *Theor. Found. Chem. Eng.* 2017. V. 51, N 5. P. 647–657.
11. Тсыпкин Г. Г. Formation of carbon dioxide hydrate at the injection of carbon dioxide into a depleted hydrocarbon field // *Fluid Dyn.* 2014. V. 49, N 6. P. 789–795.
12. Хасанов М. К. Инъекция жидкого сероводорода в пласт, насыщенный нефтью и водой // *Вестн. Тюмен. гос. ун-та. Физ.-мат. моделирование. Нефть, газ, энергетика*. 2017. Т. 3, № 2. С. 72–84.
13. Столповский М. В., Щеглова Е. П. О нагреве пористой среды при образовании газовых гидратов // *Вестн. Тюмен. гос. ун-та. Физ.-мат. моделирование. Нефть, газ, энергетика*. 2016. Т. 2, № 2. С. 23–35.
14. Хасанов М. К., Столповский М. В., Кильдибаева С. Р. Численное моделирование образования газогидрата в пористой среде при инъекции газа // *Вестн. Башкир. ун-та*. 2013. Т. 18, № 4. С. 969–972.
15. Мусакаев Н. Г., Бородин С. Л., Бельских Д. С. Математическая модель и алгоритм решения задачи неизотермической фильтрации газа в пласте с учетом разложения гидрата // *Вестн. Южно-Урал. гос. ун-та. Серия: Математика. Механика. Физика*. 2017. Т. 9, № 2. С. 22–29. DOI: 10.14529/mmph170203
16. Мусакаев Н. Г., Бородин С. Л., Бельских Д. С. Расчет параметров процесса нагнетания газа в насыщенный метаном и его гидратом пласт // *Вестн. Тюмен. гос. ун-та. Физ.-мат. моделирование. Нефть, газ, энергетика*. 2018. Т. 4, № 3. С. 165–178. DOI: 10.21684/2411-7978-2018-4-3-165-178
17. Wang Y., Feng J. C., Li X. S., Zhang Y., Li G. Analytic modeling and large-scale experimental study of mass and heat transfer during hydrate dissociation in sediment with different dissociation methods // *Energy*. 2015. V. 90, part 2. P. 1931–1948. https://doi.org/10.1016/j.energy.2015.07.029.
18. Konno Y., Masuda Y., Akamine K., Naiki M., Nagao M. Sustainable gas production from methane hydrate reservoirs by the cyclic depressurization method // *Energy Convers. Manage.* 2016. V. 108. P. 439–445.
19. Bondarev E. A., Rozhin I. I., Argunova K. K. Moisture content of natural gas in bottom hole zone // *J. Min. Inst.* 2018. V. 233. P. 492–497. DOI: 10.31897/PMI.2018.5.492
20. Цыпкин Г. Г. Формирование непроницаемого слоя при диссоциации гидрата метана в пористой среде // *Изв. РАН. Механика жидкости и газа*. 2017. № 5. С. 65–73.

21. Попов В. В., Скрябина А. Р. Оценка энергетических затрат в тепловом методе разработки газогидратных залежей // Математические методы и вычислительная техника в горном деле. Новосибирск, 1987. С. 41–45.
22. Бондарев Э. А., Попов В. В. Оценка эффективности забойных нагревателей при разрушении газовых гидратов // Тр. Рос. нефтегаз. техн. конф. и выставки «Мир технологий для уникальных ресурсов» (Крокус Экспо, Москва, 2–6 окт. 2006 г.). С. 104331. Soc. Petrol. Eng., 2006.
23. Цыпкин Г. Г. Течения с фазовыми переходами в пористых средах. М.: Физматлит, 2009.
24. Васильева М. В., Прокопьев Г. А. Численное решение задачи двухфазной фильтрации с неоднородными коэффициентами методом конечных элементов // Мат. заметки СВФУ. 2017. Т. 24. № 2. С. 46–62.
25. Гаврильева У. С., Алексеев В. Н., Васильева М. В. Течение и перенос в перфорированных и трещиноватых областях с неоднородными граничными условиями Робина // Мат. заметки СВФУ. 2017. Т. 24. № 3. С. 65–77.

Поступила в редакцию 24 января 2019 г.

После доработки 10 ноября 2019 г.

Принята к публикации 27 ноября 2019 г.

Попов Василий Васильевич

Северо-Восточный федеральный университет имени М. К. Аммосова,

ул.Белинского, 58, Якутск 677000;

Институт проблем нефти и газа СО РАН,

ул. Октябрьская, 1, Якутск 677000

imi.pm.pvvl@mail.ru

A MATHEMATICAL MODEL OF IDEAL
GAS HYDRATE DECOMPOSITION
IN A RESERVOIR THROUGH DECREASING
PRESSURE AND SIMULTANEOUS HEATING

V. V. Popov

Abstract. A mathematical model of the process of dissociation of hydrates coexisting in a thermodynamically equilibrium state in a reservoir by reducing the pressure and increasing the temperature in the gallery of wells is implemented numerically. It is shown that at certain values of depression and initial hydrate saturation, the value of the latter at the well approaches zero. A mathematical model developed by G. G. Tsypkin in 2009 is implemented numerically.

In the system of coupled heat and mass transfer equations, the energy conservation equation contains terms that take into account convective and conductive heat transfer, as well as the latent heat of the phase transition.

It is shown that at low values of initial hydrate saturation even strong enough heating has little effect on the dynamics of the moving boundary separating the region with phase transition from the area without phase transition. The results of numerical implementations are given in the form of graphs.

DOI: 10.25587/SVFU.2019.39.76.008

Keywords: phase transition, thermodynamic equilibrium, thermal conductivity, water saturation, hydrate saturation, pressure, density, filtration, gas hydrates.

REFERENCES

1. Byk S. Sh., Makogon Yu. F., and Fomina V. I., Gas Hydrates [in Russian], Khimiya, Moscow (1980).
2. Galicia-Andrés E. and Medeiros M., “Hydrate equilibrium modeling with the cubic two-state equation of state,” J. Mex. Chem. Soc., **60**, No. 4, 226–237 (2016).
3. Hossein A., Dehaghani S., and Badizad M. H., “Thermodynamic modeling of gas hydrate formation in presence of thermodynamic inhibitors with a new association equation of state,” Fluid Phase Equilibria, **427**, 328–339, (2016). doi.org/10.1016/j.fluid.2016.07.021
4. Khairullin M. Kh., Morozov P. E., Abdullin A. I., and Shamsiev M. N., “Modeling of formation and decomposition processes of the gas hydrates in a porous medium under depression impact [in Russian],” Vestn. MGTU, **16**, No. 4, 803–807 (2013).
5. Jozian S. and Vafajoo L., “Mathematical modeling of the gas hydrate formation in a 90° elbow utilizing CFD technique,” Chem. Eng. Trans., **70**, 2167–2172 (2018). DOI:10.3303/CET1870362
6. Musakayev N. G., Borodin S. L., and Khasanov M. K., “Dynamics of the decomposition of gas hydrates in the porous media taking into account the formation of ice [in Russian],” Vestn. Tyumen. Gos. Univ., Fiz.-Mat. Modelir., Neft, Gaz, Energ., **3**, No. 1, 46–57 (2017). DOI: 10.21684/2411-7978-2017-3-1-46-57
7. Tsypkin G. G., “Hydrate formation during the injection of liquid carbon dioxide into a reservoir saturated with methane and water,” Fluid Dyn., **51**, No. 5, 672–679 (2016).

8. *Gimaltdinov I. K., Stolpovsky M. V., and Dodova M. I.*, “Numerical solution of the problem of carbon dioxide hydrate formation in a porous layer, initially filled with the methane hydrate [in Russian],” *Izv. Tomsk. Politekh. Univ., Georesource engineering*, **328**, No. 6, 91–98 (2017).
9. *Shagapov V. Sh. and Khasanov M. K.*, “Regimes of methane recovery from gas hydrate on injection of ‘warm’ carbon dioxide into a porous medium,” *High Temperature*, **55**, No. 5, 737–745 (2017). DOI: 10.1134/S0018151X17050170
10. *Khasanov M. K.*, “Mathematical model of formation of carbon dioxide hydrate upon injection of carbon dioxide into a methane hydrate stratum,” *Theor. Found. Chem. Eng.*, **51**, No. 5, 647–657 (2017).
11. *Tsyppkin G. G.*, “Formation of carbon dioxide hydrate at the injection of carbon dioxide into a depleted hydrocarbon field,” *Fluid Dyn.*, **49**, No. 6, 789–795 (2014).
12. *Khasanov M. K.*, “Injection of liquid hydrogen sulfide into a reservoir saturated with oil and water [in Russian],” *Vestn. Tyumen. Gos. Univ., Fiz.-Mat. Modelir., Neft, Gaz, Energ.*, **3**, No. 2, 72–84 (2017).
13. *Stolpovsky M. V. and Scheglova E. P.*, “About heating the porous media under gas hydrates formation [in Russian],” *Vestn. Tyumen. Gos. Univ., Fiz.-Mat. Modelir., Neft, Gaz, Energ.*, **2**, No. 2, 23–35 (2016).
14. *Khasanov M. K., Stolpovsky M. V., and Kildibaeva S. R.*, “Numerical modeling of gas hydrate formation in a porous medium during for the gas injection [in Russian],” *Vestn. Bashkir. Univ.*, **18**, No. 4, 969–972, (2013).
15. *Musakayev N. G., Borodin S. L., and Belskikh D. S.*, “Mathematical model and algorithm for solving the problem of non-isothermal gas filtration in the reservoir with hydrate decomposition [in Russian],” *Vestn. Yuzhno-Ural. Gos. Univ., Ser. Mat., Mekh., Fiz.*, **9**, No. 2, 22–29 (2017). DOI: 10.14529/mmph170203
16. *Musakayev N. G., Borodin S. L., and Belskikh D. S.*, “Calculation of parameters of the process of gas injection into the reservoir saturated with methane and its hydrate [in Russian],” *Vestn. Tyumen. Gos. Univ., Fiz.-Mat. Modelir., Neft, Gaz, Energ.*, **4**, No. 3, 165–178 (2018). DOI: 10.21684/2411-7978-2018-4-3-165-178
17. *Wang Y., Feng J. C., Li J. C., Zhang Y., and Li G.*, “Analytic modeling and large-scale experimental study of mass and heat transfer during hydrate dissociation in sediment with different dissociation methods,” *Energy*, **90**, part 2, 1931–1948 (2015). <https://doi.org/10.1016/j.energy.2015.07.029>
18. *Konno Y., Masuda Y., Akamine K., Naiki M., and Nagao J.*, “Sustainable gas production from methane hydrate reservoirs by the cyclic depressurization method,” *Energy Convers. Manage.*, **108**, 439–445 (2016).
19. *Bondarev E. A., Rozhin I. I., and Argunova K. K.*, “Moisture content of natural gas in bottom hole zone [in Russian],” *J. Min. Inst., Oil and Gas*, **233**, 492–497 (2018). DOI: 10.31897/PMI.2018.5.492
20. *Tsyppkin G. G.*, “Formation of the impermeable layer in the process of methane hydrate dissociation in porous media,” *Fluid Dyn.*, **52**, No. 5, 65–73 (2017).
21. *Popov V. V. and Skryabina A. R.*, “Evaluation of energy costs in thermal method of development of the gas hydrate deposits [in Russian],” in: *Mat. Metody i Vychisl. Tekhnika v Gornom Dele*, pp. 41–45, Novosibirsk (1987).
22. *Bondarev E. A. and Popov V. V.*, “Evaluation of the effectiveness of downhole heaters during decomposition of the gas hydrates [in Russian],” in: *Proc. 2006 SPE Russ. Oil and Gas Techn. Conf. Exhibit. “The world of technology for unique resources” (Crocus Expo, Moscow, Oct. 2–6, 2006)*, 104331, Soc. Petrol. Eng. (2006).
23. *Tsyppkin G. G.*, *Flows with Phase Transitions in Porous Media [in Russian]*, Fizmatlit, Moscow (2009).
24. *Vasilyeva M. V. and Prokopyev G. A.*, “Numerical solution of the two-phase filtration problem with nonhomogeneous coefficients by the finite element method [in Russian],” *Mat. Zamet. SVFU*, **24**, No. 2, 46–62 (2017).
25. *Gavrilieva U. S., Alekseev V. N., and Vasilyeva M. V.*, “Flow and transport in perforated and fractured domains with Robin’s boundary conditions [in Russian],” *Mat. Zamet. SVFU*, **24**,

No. 3, 65–77 (2017).

Submitted January 24, 2019

Revised November 10, 2019

Accepted November 27, 2019

Vasilii V. Popov

Ammosov North-Eastern Federal University,

42 Kulakovsky Street, Yakutsk 67700, Russia;

Institute of Oil and Gas Problems of Siberian Branch of RAS,

1 Oktyabrsky Street, Yakutsk 677980, Russia

`imi.pm.pvvl@mail.ru`