

РАЗРАБОТКА И ПРИМЕНЕНИЕ
КОМБИНИРОВАННЫХ МЕТОДОВ ДЛЯ РЕШЕНИЯ
ЗАДАЧ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ОПРЕДЕЛЯЮЩИХ
ХАРАКТЕРИСТИК КОМПОЗИТОВ

Е. Л. Гусев, М. А. Иванова

Аннотация. Рассматривается проблема решения задач прогнозирования изменения определяющих характеристик композиционных материалов и конструкций при воздействии экстремальных факторов внешней среды. Определяющими характеристиками могут являться остаточный ресурс, надежность, долговечность композиционных материалов и конструкций. Рассмотрено применение комбинированных методов поиска экстремума многопараметрических показателей эффективности для решения обратных задач прогнозирования определяющих характеристик композиционных материалов и конструкций на основе усложненных моделей.

Исследован вопрос о наиболее эффективном конструировании комбинированных подходов, представляющих собой совокупность нескольких методов для решения обратных задач прогнозирования определяющих характеристик композиционных материалов и конструкций.

DOI: 10.25587/SVFU.2019.101.27247

Ключевые слова: композиционные материалы, композиционные конструкции, задачи прогнозирования, поиск экстремума, комбинированные методы, определяющие характеристики, остаточный ресурс, надежность, многопараметрические показатели эффективности, долговечность.

Введение

При разработке различных конструкций, машин и механизмов одной из важных проблем является проблема создания надежных методов количественной оценки работоспособности конструкций из полимерных и композиционных материалов [1–14]. Композиционные материалы, как правило, постоянно находятся под влиянием статических и динамических нагрузок, на которые дополнительно накладывается влияние экстремальных факторов внешней среды. В соответствии с этим значительную актуальность имеет проблема разработки математических методов решения обратных задач прогнозирования определяющих характеристик композиционных материалов при воздействии эксплуатационных нагрузок и экстремальных факторов внешней среды. Задачи прогнозирования остаточного ресурса, прочности, надежности, долговечности композиционных материалов и конструкций являются в значительной степени многоаспектными, для их успешного решения необходимы глубокие знания на

стыке многих областей, таких как физика, химия, материаловедение, современные математические методы и подходы, физика и механика композитов и др.

Одностороннее решение задач прогнозирования определяющих характеристик композитов на основе методов и подходов, присущих для одной научной области, как правило, приводит к упрощенным решениям, имеющим значительную погрешность. Недостатком известных методов и подходов, применяемых для решения задач прогнозирования определяющих характеристик композитов, является то, что, как правило, данные методы являются упрощенными и не основываются на современном математическом аппарате. Вследствие этого прогнозируемые решения, получаемые с помощью известных методов и подходов, могут существенно отличаться от реальных зависимостей.

Цель. Разработка и применение комбинированных методов поиска экстремума многопараметрических показателей эффективности для решения обратных задач прогнозирования определяющих характеристик композиционных материалов и конструкций на основе усложненных моделей.

Материалы и методы исследования. В качестве определяющей характеристики композиционной конструкции может рассматриваться ее остаточный ресурс. Модели, описывающие зависимость изменения одной из определяющих характеристик (например, прочности R полимерных композитов) при воздействии климатических факторов в общем виде могут быть представлены в форме функциональных зависимостей следующего вида:

$$R(u_1, u_2, \dots, u_n; t) = R_0 + \Phi(u_1, u_2, \dots, u_n; t) \quad (1)$$

$$\Delta R(u; t) = \Phi(u; t), \quad \Delta R = R - R_0. \quad (2)$$

Обозначим через $\overline{\Delta R}_t^{\text{э}}$ экспериментальные средние значения функции $\Delta R = R - R_0$ на экспериментальных образцах после t -го года ($t = 1, 2, \dots, m$).

Параметры оптимальной модели прогнозирования $u^* = (u_1^*, u_2^*, \dots, u_n^*)$ доставляют экстремальное значение специальному критерию эффективности J , являющемуся сложной функцией параметров задачи прогнозирования:

$$J(u) = J(\{\Delta R(u, t)\}_{t=1}^m; \{\overline{\Delta R}_t^{\text{э}}\}_{t=1}^m). \quad (3)$$

В качестве критерия эффективности как сложной функции параметров задачи прогнозирования вида (4) целесообразно выбрать среднеквадратическое отклонение аппроксимации экспериментальных данных $R_t^{\text{э}}$ от теоретических значений $R(u, t)$:

$$J(u_1, u_2, \dots, u_n) = S^2 = \frac{1}{m} \sum_{t=1}^m (R(u_1, u_2, \dots, u_n; t_i) - R_{t_i}^{\text{э}})^2. \quad (4)$$

В случае, когда экспериментальные данные достаточно адекватно отображают структуру зависимости изменения определяющих характеристик композиционных материалов от воздействия экстремальных факторов внешней среды

и эксплуатационных нагрузок, и экспериментальные данные получены с незначительными погрешностями, несущественно искажающими закономерности поведения реальных зависимостей, задача восстановления параметров моделей композиционных материалов от воздействия экстремальных факторов внешней среды и эксплуатационных нагрузок может быть сведена к нахождению абсолютного минимума функции качества (4) в экстремальной задаче:

$$J(u^*) = \min_u J(u). \quad (5)$$

Задача восстановления параметров моделей изменения остаточного ресурса композиционной конструкции в результате воздействия экстремальных факторов внешней среды и эксплуатационных нагрузок может быть сведена к решению экстремальной задачи (5).

Вектор параметров $u = (u_1^*, u_2^*, \dots, u_n^*)$, доставляющих минимум показателю эффективности $J(u)$ (4), определяет оптимальную прогнозируемую зависимость изменения определяющих характеристик композиционного материала в зависимости от воздействия экстремальных факторов внешней среды и эксплуатационных нагрузок.

Расширение областей применения композиционных материалов и совершенствование их структуры приводит к усложнению зависимостей определяющих характеристик композиционных материалов от различных факторов внешней среды. Это приводит к существенному усложнению задач прогнозирования определяющих характеристик вследствие значительного усложнения математических моделей, описывающих зависимость определяющих характеристик от факторов внешней среды. В соответствии с этим возникает необходимость в развитии и совершенствовании методов поиска экстремума для решения обратных задач прогнозирования определяющих характеристик композиционных материалов и конструкций в усложненной постановке с учетом особенностей физического, механического и химического влияния экстремальных факторов внешней среды на изменение определяющих характеристик композиционных материалов и конструкций. Как правило, экстремальные факторы внешней среды оказывают на определяющие характеристики композиционных материалов и конструкций как на микро-, так и на макроуровне многоаспектные воздействия, приводящие к сложновзаимосвязанным физическим, механическим и химическим изменениям в структуре материалов и конструкций, что не позволяет построить достаточно точные аналитические модели, учитывающие это влияние. Такого рода особенности приводят к возрастанию роли физического эксперимента для решения задач прогнозирования определяющих характеристик композиционных материалов и конструкций при воздействии экстремальных факторов внешней среды.

Эффективное повышение точности решения задач прогнозирования может быть достигнуто на основе разработки достоверных процедур построения абсолютного минимума показателей эффективности, оценивающих степень близости прогнозируемых значений определяющих характеристик от эксперимен-

тальных данных. Нахождение же только отдельных локально оптимальных решений может приводить к существенным расхождениям при прогнозе, поскольку локально оптимальные решения могут значительно отличаться от решений, доставляющих абсолютный минимум показателю эффективности.

Для построения эффективных процедур поиска абсолютного минимума показателей эффективности необходимо иметь достаточно полную информацию о качественных закономерностях многоэкстремальной зависимости показателей эффективности от неопределенных параметров, специфичных для задач прогнозирования определяющих характеристик композиционных материалов при воздействии экстремальных факторов внешней среды. Для изучения качественных закономерностей зависимости показателей эффективности от неопределенных параметров, специфичных для задач прогнозирования определяющих характеристик композиционных материалов был проведен ряд вычислительных экспериментов. Для поиска минимума показателей эффективности, специфичных для задач прогнозирования определяющих характеристик композиционных материалов, применялись такие распространенные методы поиска минимума многопараметрических функций, как градиентные методы, методы наискорейшего спуска, методы возможных направлений, релаксационные методы и др. Результаты вычислительных экспериментов показали, что методы минимизации многопараметрических функций, основанные на разных принципах, строят различные результирующие решения, что говорит о сложной многоэкстремальной структуре существенно нелинейных показателей эффективности, применяемых в задачах прогнозирования определяющих характеристик композиционных материалов и конструкций при воздействии экстремальных факторов внешней среды.

Качественный конструктивный анализ результатов проведенных вычислительных экспериментов позволил разработать новый эффективный подход для эффективного решения проблемы прогнозирования определяющих характеристик композитов при воздействии экстремальных факторов внешней среды. Данный подход может быть наиболее эффективен для решения достаточно сложных задач прогнозирования определяющих характеристик композитов с показателями эффективности, в которых зависимость от неопределенных параметров имеет сложнопостроенную многоэкстремальную структуру.

Характерной особенностью таких задач прогнозирования определяющих характеристик композитов при воздействии экстремальных факторов внешней среды с показателями эффективности, имеющими сложнопостроенную многоэкстремальную структуру, является то, что применение известных распространенных методов поиска минимума многопараметрических функций приводит к различным результирующим решениям с существенно различающейся структурой.

Обобщение существующих подходов к решению задач поиска минимума многопараметрических показателей эффективности, связанных с усложненными вариационными постановками задач прогнозирования определяющих харак-

теристик композитов при воздействии экстремальных факторов внешней среды, может быть достигнуто на основе перехода к параллельным процедурам принятия решений, когда для решения задачи одновременно применяется несколько методов. В основу разрабатываемого подхода положено наиболее полное использование обобщенной информации о результатах применения группы известных методов для решения задачи поиска минимума многопараметрического показателя эффективности.

Введем следующее дополнительное предположение о качественных структурных особенностях многопараметрической зависимости показателя эффективности в задаче прогнозирования остаточного ресурса композита.

Предположение 1. *Многопараметрическая зависимость показателя эффективности в задаче прогнозирования остаточного ресурса композита обладает тем свойством, что наиболее глубокие локальные минимумы данной зависимости в пространстве параметров группируются внутри области небольших размеров.*

Как показывают результаты вычислительных экспериментов, для вариационных постановок обратных задач прогнозирования остаточного ресурса композитов введение такого предположения является достаточно обоснованным.

На основе разработанных ранее методов, описание которых представлено в работах [12–14], разработан комбинированный подход для решения задач прогнозирования определяющих характеристик композиционных материалов и конструкций в усложненной постановке, основанный на комбинированном применении параллельных процедур принятия решений. Существо разрабатываемого подхода, связанного с комбинированным применением параллельных процедур принятия решений, состоит в следующем.

В разработанном комбинированном подходе используется обобщенная качественная информация о результатах применения нескольких методов для решения обратных задач прогнозирования определяющих характеристик композиционных материалов и конструкций. Пусть M_1, M_2, \dots, M_k — совокупность методов, разработанных для решения обратных задач прогнозирования определяющих характеристик композиционных конструкций, каждый из которых является эффективным для достаточно узкого специального класса обратных задач прогнозирования, описываемых моделями с определенной структурой [12–14]. Каждый из методов M_r ($r = 1, \dots, k$) будем считать итерационным, нелокальным, многошаговым, предназначенным для поиска минимума многоэкстремальных функций методом последовательного поиска, т. е. для построения следующего $(p + 1)$ -го приближения $u^{p+1,r}$ ($p = 0, 1, 2, \dots; r = 1, 2, \dots, k$) необходимо иметь информацию о значениях показателя эффективности и полученных приближениях на предыдущих s шагах. В рассматриваемом общем случае каждый из методов M_r может быть описан операторной функцией L_r , позволяющей построить $(p + 1)$ -е приближение на основе информации, получен-

ной на предыдущих s шагах:

$$u^{p+1,r} = L_r(u^{p-s+1}, R(u^{p-s+1}), u^{p-s+2}, R(u^{p-s+2}), \dots, u^p, R(u^p)), \quad (6)$$

$$(r = 1, \dots, k; p = 0, 1, 2, \dots).$$

Поскольку методы M_1, M_2, \dots, M_k построены на различных принципах, то очередные приближения $u^{p+1,r}$ ($r = 1, 2, \dots, k$), построенные на основе этих методов, могут значительно отличаться. Для совокупности построенных точек $u^{p+1,1}, u^{p+1,2}, \dots, u^{p+1,k}$ построим выпуклую оболочку Ω_{p+1} :

$$\Omega_{p+1} = \text{conv}\{u^{p+1,1}, u^{p+1,2}, \dots, u^{p+1,k}\}. \quad (7)$$

Выпуклая оболочка Ω_{p+1} может быть представлена в виде множества выпуклых комбинаций векторов $u^{p+1,1}, u^{p+1,2}, \dots, u^{p+1,k}$:

$$\Omega_{p+1} = \left\{ u \in E_n : u = \sum_{i=1}^k \alpha_i u^{p+1,i}, \sum_{i=1}^k \alpha_i = 1, \alpha_i \geq 0 \right\}. \quad (8)$$

В качестве $(p+1)$ -го приближения к абсолютному минимуму показателя эффективности принимается решение, доставляющее минимум показателю эффективности на множестве точек, принадлежащих выпуклой оболочке Ω_{p+1} (рис. 1):

$$u^{p+1} = \arg \min_{\Omega_{p+1}} J(u). \quad (9)$$

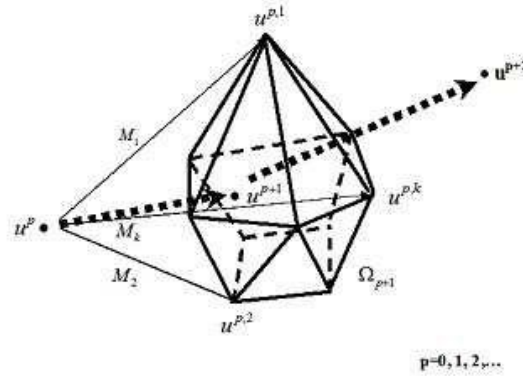


Рис. 1. Схема комбинированного метода поиска экстремума, основанного на параллельном применении составляющих его методов

Введенная в соответствии с формулами (7), (8) выпуклая оболочка будет представлять собой выпуклый многогранник, вершинами которого будут являться наиболее глубокие локальные минимумы. В соответствии с введенным предположением решение, доставляющее абсолютный минимум показателю эффективности, как правило, может находиться внутри построенного выпуклого многогранного множества. В этом случае такое решение эффективно может

быть найдено с применением методов полного перебора внутри выпуклого многогранного множества.

В соответствии с общей идеей рассматриваемого комбинированного подхода на каждой $(p + 1)$ -й итерации ($p = 0, 1, 2, \dots$) осуществляется следующая последовательность действий.

(а) В конце p -й итерации становится известной совокупность из p наиболее глубоких локальных минимумов $u^{p,1}, u^{p,2}, \dots, u^{p,k}$, построенная с помощью составляющих комбинированного подхода методов M_1, M_2, \dots, M_k .

Данная совокупность локально оптимальных решений $u^{p,1}, u^{p,2}, \dots, u^{p,k}$ выбирается в качестве вершин выпуклого многогранного множества, т. е. на множестве векторов $u^{p,1}, u^{p,2}, \dots, u^{p,k}$ в соответствии с соотношениями (7), (8) строится выпуклая оболочка.

(б) На построенном выпуклом многогранном множестве Ω_{p+1} (7), (8) методами полного перебора решается задача построения глобально оптимального решения вида (9), u^{p+1} — глобально оптимальное решение задачи (9).

В случае, если вектор u^{p+1} совпадает с одной из вершин выпуклого многогранного множества, на этом итерационный процесс заканчивается. Если же вектор u^{p+1} не совпадает ни с одной из вершин выпуклого многогранного множества Ω_{p+1} , то в результате вышеописанной процедуры построено результирующее решение u^{p+1} , доставляющее показателю эффективности меньшее значение, чем построенные ранее решения $u^{p,1}, u^{p,2}, \dots, u^{p,k}$, т. е. будет выполнено условие

$$J(u^{p+1}) < \min_{1 \leq i \leq k} J(u^{p,i}). \quad (10)$$

(в) Решение u^{p+1} выбирается в качестве очередного начального приближения для каждого из методов M_1, M_2, \dots, M_k . В результате применения комбинированного подхода будет получена новая система неупрощаемых решений $u^{p+1,1}, u^{p+1,2}, \dots, u^{p+1,k}$.

На множестве полученных новых результирующих решений $u^{p+1,1}, u^{p+1,2}, \dots, u^{p+1,k}$ строится по формулам (7), (8) новая выпуклая оболочка Ω_{p+2} , также представляющая собой выпуклый многогранник в многомерном пространстве, вершинами которого являются векторы $u^{p+1,1}, u^{p+1,2}, \dots, u^{p+1,k}$, и итерационный процесс продолжается по вышеописанной схеме.

Результаты и обсуждение

В случае применения для решения задач прогнозирования определяющих характеристик композиционных материалов и конструкций сложнопостроенных многопараметрических показателей эффективности построение решений, доставляющих абсолютный минимум таким показателям эффективности, известными методами может представлять собой достаточно сложную проблему.

Для решения задач прогнозирования с такими сложнопостроенными показателями эффективности применение разработанного подхода, основанного на

комбинированном применении составляющих его методов M_1, M_2, \dots, M_k , может позволить в ряде случаев существенно улучшить решения, полученные составляющими данный подход методами. При выполнении предположения 1 на каждой итерации построенная выпуклая оболочка в соответствии с формулами (7), (8) будет оконтуривать область, которой принадлежат решения с низкими значениями показателя эффективности. В соответствии с этим применение методов полного перебора для нахождения глобально оптимального решения показателя эффективности внутри построенной выпуклой оболочки может позволить находить решения с более низкими значениями показателя эффективности, чем решения, построенные каждым из составляющих комбинированный подход методов. В результате применение разработанного подхода приводит к построению последовательности выпуклых многогранников, каждому из которых будут принадлежать значения показателя эффективности, меньшие чем значения показателя эффективности на предыдущем выпуклом многограннике.

В соответствии с этим применение разработанного комбинированного подхода может позволить существенно повысить эффективность методов прогнозирования определяющих характеристик композиционных материалов и конструкций при воздействии экстремальных факторов внешней среды.

Выводы

Рассматриваемый комбинированный подход, связанный с параллельным применением составляющих его методов, может быть эффективно применен для решения усложненных обратных задач прогнозирования определяющих характеристик композиционных конструкций, описываемых моделями сложной структуры, когда есть основания считать, что применение существующих методов не позволяет построить действительно глобально оптимальное решение.

ЛИТЕРАТУРА

1. Уржумцев Ю. С., Черский И. Н. Научные основы инженерной климатологии полимерных и композитных материалов // *Механика композитных материалов*. 1985. № 4. С. 708–714.
2. Болотин В. В. Прогнозирование ресурса машин и конструкций. М.: Машиностроение, 1984.
3. Булманис В. Н., Ярцев В. А., Кривонос В. В. Работоспособность конструкций из полимерных композитов при воздействии статических нагрузок и климатических факторов // *Механика композитных материалов*. 1987. № 5. С. 915–920.
4. Булманис В. Н., Старцев О. В. Прогнозирование изменения прочности полимерных волокнистых композитов в результате климатического воздействия. Препринт. Якутск: Якутский филиал СО АН СССР, 1988. 32 с.
5. Филатов И. С., Бочкарев Р. Н. Некоторые проблемы оценки и прогнозирования климатической устойчивости полимерных материалов // *Методы оценки климатической устойчивости полимерных материалов*. Якутск: ЯФ СО АН СССР, 1986. С. 11–20.
6. Потапова Л. Д., Ярцев В. П. Механика материалов при сложном напряженном состоянии: как прогнозируют предельные напряжения. М.: Машиностроение, 2005.
7. Реутов А. И. Прогнозирование надежности строительных изделий из полимерных материалов. М.: ООО РИФ «Стройматериалы», 2007.

8. Реутов А. И., Сидоренко А. А., Филатов И. С. Оценка климатической устойчивости полимерных материалов на основе вероятностно-статистического метода // Изв. ТПУ. 2002. Т. 305, вып. 5. С. 196–203.
9. Реутов А. И. Прогнозирование климатической стойкости полимерных материалов, применяемых в строительстве // Вестн. ТГАСУ. 2009. № 2. С. 127–141.
10. Степанов М. Н., Зинин А. В. Прогнозирование характеристик сопротивления усталости материалов и элементов конструкций. М.: Инновационное машиностроение, 2007.
11. Башкарев А. Я., Веттегрень В. И., Суслов М. А. Долговечность полимерных композитов. С-Пб.: СППТУ, 2016.
12. Гусев Е. Л., Бабенко Ф. И. Методы поиска экстремума с оптимальным выбором параметров для решения задач восстановления параметров моделей прогнозирования определяющих характеристик полимерных композитов // Материалы для технических устройств и конструкций, применяемых в Арктике. М.: ВИАМ, 2015. С. 132–141.
13. Гусев Е. Л. Задачи, связанные с уточнением моделей прогнозирования остаточного ресурса полимерных композитов и методы их решения // Прогрессивные технологии и системы машиностроения. 2017. Т. 57, вып. 2. С. 9–16.
14. Гусев Е. Л., Бакулин В. Н. Методы решения обратных задач прогнозирования остаточного ресурса конструкций из композиционных материалов при воздействии экстремальных климатических факторов внешней среды в уточненных постановках // Сб. трудов 7-й Всероссийской конференции с международным участием «Механика композиционных материалов и конструкций, сложных гетерогенных сред». М.: изд. ИПРИМ РАН, 2017. С. 68–70.

Поступила в редакцию 16 октября 2018 г.

После доработки 28 января 2019 г.

Принята к публикации 1 марта 2019 г.

Гусев Евгений Леонидович
Институт проблем нефти и газа СО РАН,
ул. Октябрьская, 1, Якутск 677980;
Северо-Восточный федеральный университет,
Институт математики и информатики,
ул. Кулаковского, 48, Якутск 677000
elgusev@mail.ru

Иванова Мария Анатольевна
Северо-Восточный федеральный университет,
Институт математики и информатики,
ул. Кулаковского, 48, Якутск 677000
ivmari@mail.ru

DEVELOPMENT AND APPLICATION
OF COMBINED METHODS FOR SOLVING
THE PREDICTION PROBLEMS OF DEFINING
CHARACTERISTICS OF COMPOSITES

E. L. Gusev and M. A. Ivanova

Abstract: We consider solving the problems of predicting changes in the defining characteristics of composite materials and structures under the influence of extreme environmental factors. As such determining characteristics, we can take the residual life, reliability, and durability of composite materials and structures. We study the application of combined methods for finding the extremum of multiparametric performance indicators for solving inverse problems of predicting the determining characteristics of composite materials and structures based on complicated models.

The question of the most effective design of the combined approaches by implementing several methods for the solution of inverse problems of forecasting the defining characteristics of composite materials and designs is investigated.

DOI: 10.25587/SVFU.2019.101.27247

Keywords: composite materials, composite structures, problems of prediction, extremum seeking, combined methods, defining characteristics, residual life, reliability, multi-variable indicators of efficiency, durability.

REFERENCES

1. *Urzhumtsev Yu. S. and Chersky I. N.*, “The scientific foundations of climate engineering of polymeric and composite materials [in Russian],” *Mech. Composite Mat.*, No. 4, 708–714 (1985).
2. *Bolotin V. V.*, *Forecasting Resource of Machines and Designs* [in Russian], Mashinostroeine, Moscow (1984).
3. *Bulmanis V. N., Yartsev V. A., and Krivonos V. V.*, “Performance of structures made of polymeric composites under the static loads and climatic factors [in Russian],” *Mech. Composite Mat.*, No. 5, 915–920 (1987).
4. *Bulmanis V. N. and Startsev O. V.*, “Prediction of changes in the strength of polymeric fibrous composites as a result of climatic influence [in Russian],” 32 p., preprint Yakutsk. Filial Sib. Otdel. Akad. Nauk SSSR, Yakutsk (1988).
5. *Filatov I. S. and Bochkarev R. N.*, “Some problems of assessment and prediction of the climate sustainability polymer materials [in Russian],” in: *Methods of Assessment of Climatic Stability of Polymer Materials*, pp. 11–20, Yakut. Filial Sib. Otdel. Akad. Nauk SSSR, Yakutsk (1986).
6. *Potapova L. D. and Yartsev V. P.*, *Mechanics of Materials in a Complex State of Stress: How to Predict the Limit Stress* [in Russian], Mashinostroeine, Moscow (2005).
7. *Reutov A. I.*, *Forecasting of Reliability of Construction Products from Polymeric Materials* [in Russian], Stroimaterialy, Moscow (2007).

8. Reutov A. I., Sidorenko A. A., and Filatov I. S., "Evaluation of the climatic stability of polymeric materials on the basis of the probabilistic-statistical method [in Russian]," *Izv. Tomsk. Politekh. Univ.*, **305**, No. 5, 196–203 (2002).
9. Reutov A. I., "Prediction of climatic resistance of polymer materials used in construction [in Russian]," *Vestn. Tomsk. Gos. Arkhitekt.-Stroit. Univ.*, No. 2, 127–141 (2009).
10. Stepanov M. N. and Zinin A. V., Prediction of Characteristics of Fatigue Resistance of Materials and Structural Elements [in Russian], *Innovats. Mashinostroeine*, Moscow (2007).
11. Bashkarev A. Ya., Vettegren V. I., and Suslov M. A., Durability of Polymer Composites [in Russian], *Izdat. Politekh. Univ.*, Saint Petersburg (2016).
12. Gusev E. L. and Babenko F. I., "Methods of finding the extremum of the optimal choice of parameters for solving the task of recovering the parameters of the prediction models defining characteristics of polymer composites [in Russian]," *Mat. Konf. Materials for Technical Devices and Structures in: Applied in the Arctic*, pp. 132–141, VIAM, Moscow (2015).
13. Gusev E. L., "Tasks associated with the specification of forecasting models of residual resource of polymeric composites and methods for their solution [in Russian]," *Progress. Tekhnol. Sist. Mashinostr.*, **57**, No. 2, 9–16 (2017).
14. Gusev E. L. and Bakulin V. N., "Methods for solving inverse problems of predicting the residual life of structures made of composite materials when exposed to extreme climatic factors of the external environment in the refined productions [in Russian]," in: *Sb. Trudov 7 Vseross. Konf. Mechanics of Composite Materials and Structures, Complex Heterogeneous Media*, pp. 68–70, IPRIM RAS, Moscow (2017).

Submitted October 16, 2018

Revised January 28, 2019

Accepted March 1, 2019

Evgeny L. Gusev

Institute of Oil and Gas Problems of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences,

1 Oktiabrskaya Street, Yakutsk 677980, Russia;

M. K. Ammosov North-Eastern Federal University,

Institute of Mathematics and Informatics,

48 Kulakovskiy Street, Yakutsk 677000, Russia

elgusev@mail.ru

Maria A. Ivanova

M. K. Ammosov North-Eastern Federal University,

Institute of Mathematics and Informatics,

48 Kulakovskiy Street, Yakutsk 677000, Russia

iv_mari@mail.ru