Математические заметки СВФУ
Июль—сентябрь, 2020. Том 27, № 3

УДК 539.214

ОБ ОДНОЙ МОДЕЛИ ПЕРЕНОСА РАСТВОРЕННОГО ВЕЩЕСТВА В ПОРОУПРУГОМ ГЛИНИСТОМ СЛАНЦЕ

Б. Х. Имомназаров, И. К. Хайдаров

Аннотация. В работе рассматривается химически инертная упруго-деформируемая горная порода, для которой учитываются только изменения напряжения и порового давления: химия насыщающей поровой жидкости не оказывает прямого влияния на деформацию горной породы. Химические эффекты учитываются через уравнения переноса, приводящие к изменениям порового давления и деформации горных пород. Таким образом, изменение солености насыщающей жидкости пористой среды оказывает минимальное влияние на напряжение горной породы. В силу того, что глинистые частицы в сланце достаточно уплотнены, химический состав поровой жидкости действительно изменяет напряжение в сланце, и характерные для ионов эффекты представляют интерес. Предложенная теория применена для математического моделирования переноса растворителя и растворенного вещества через полупроницаемый глинистый сланец и для моделирования процесса набухания вокруг ствола скважины. Получены выражения для напряжений, которые позволяют исследовать околоскваженное пространство.

DOI: 10.25587/SVFU.2020.62.78.007

Ключевые слова: пористая среда, насыщенная жидкость, упругие параметры, тензор напряжений, парциальная плотность, закон Дарси, химический потенциал.

Введение

В сланцах может происходить катионный обмен между глинистыми поверхностями и участвующей поровой жидкостью. Другие растворенные вещества также могут адсорбироваться или десорбироваться на стенках пор. Этими эффектами можно пренебречь [1]. Полученный в результате анализ переноса справедлив лишь для молекул, которые не склонны адсорбировать, или для молекул, количество которых уже достаточно в порах, так что равновесие между породой и поровой жидкостью не нарушается. Примером может служить перенос натрия через глину, которая имеет только натриевые противоионы. Пренебрежение адсорбцией/десорбцией и непосредственными химическими эффектами в теории пороупругости в соотношении напряжение-деформация приводит к упрощению основных уравнений.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект No. 18–31–00120).

Для простоты, следуя [1], рассмотрим пористую жидкость, состоящую из одного незаряженного растворенного вещества с мольной фракцией x^s в растворителе (воде) с мольной фракцией $x^w = 1 - x^s$. Раствор считается идеальным. Химические потенциалы растворенного вещества μ^s и растворителя μ^w имеют вид

$$\mu^s = pV_s + RT\ln x^s, \quad \mu^w = pV_w + RT\ln x^w,$$

где p — давление, R — газовая постоянная, T — температура, V_s, V_w — соответствующие парциальные молярные объемы растворенного вещества и растворителя. Молярный объем раствора (при атмосферном давлении) равен

$$V_{soln} = (1 - x^s)V_w + x^s V_s.$$

Предположим, как в [1], что объемный модуль K раствора не зависит от x^s, и ограничимся изотермическим случаем при постоянной температуре.

§ 1 Перенос через мембрану

Рассмотрим два раствора, разделенных мембраной. Обозначим соответствующие давления на сторонах 1 и 2 мембраны через p_1 и p_2, а мольные доли x_1^s, x_2^s [2]. Уравнения переноса для потоков f_w, f_s воды и растворенного вещества от стороны 1 на сторону 2 на единицу площади мембраны можно записать в виде [2]:

$$f_w = L_{ww}\Delta\mu^w + L_{ws}\Delta\mu^s, \quad f_s = L_{sw}\Delta\mu^w + L_{ss}\Delta\mu^s,$$

где $\Delta\mu = \mu_1 - \mu_2$ — скачки химического потенциала и перекрестные коэффициенты L_{sw} и L_{ws} равны между собой по принципу Онзагера. Следовательно, эти потоки могут быть записаны в следующем виде:

$$f_w = (V_w L_{ww} + V_s L_{ws})\Delta p + RT(L_{ww}\Delta\ln x^w + L_{ws}\Delta\ln x^s),$$

$$f_s = (V_w L_{sw} + V_s L_{ss})\Delta p + RT(L_{sw}\Delta\ln x^w + L_{ss}\Delta\ln x^s).$$

Рассмотрим случай, когда скачок мольной доли x^s через мембрану мал. Далее положим

$$\Delta\ln x^s = \frac{\Delta x^s}{x_0^s}, \quad \Delta\ln x^w = \frac{\Delta x^w}{1 - x_0^s},$$

где x_0^s — некоторая средняя мольная доля.

Удобно использовать три коэффициента переноса k, D и γ вместо L_{ww}, L_{ss} и L_{ws}. Потоки f_w и f_s принимают следующий вид:

$$f_w = (1 - x_0^s)\,k\Delta p - V_w^{-1}\left[(1-\gamma)RTk + \gamma V_s D\right]\Delta x^s,$$

$$f_s = \gamma x_0^s k\Delta p + \gamma D\Delta x^s.$$

Если $\gamma = 1$, то поток воды и растворенного вещества из-за разности давлений Δp контролируется коэффициентом гидравлического сопротивления k, а поток каждого вида пропорционален мольной доле этого вида, где γ — коэффициент пропускания. Поток соли из-за изменения концентрации контролируется коэффициентом диффузии D; это также модифицируется с помощью коэффициента пропускания γ. В пределном случае, когда $\gamma = 0$, справедливы соотношения

$$f_w = V_w^{-1}\,(1 - x_0^s)\,k\Delta\mu^w, \quad f_s = 0,$$

следовательно, поток воды зависит исключительно от разности $\Delta\mu^w$ в химическом потенциале воды.

Теперь рассмотрим систему, в которой объем V_2 резервуара на стороне 2 мембраны постоянный, так что любой перенос в этот резервуар приведет к увеличению давления p_2. Предположим, что давление p_1 поддерживается постоянным и объем V_1 достаточно велик, так что любое изменение концентрации растворенного вещества x_1^s незначительно.

Как показано в [1], скорости изменения давления и мольной доли удовлетворяют одномерной системе уравнений диффузии

$$\frac{\partial p}{\partial t} = A\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + H\frac{\partial^2 x^s}{\partial x^2}, \tag{1}$$

$$\frac{\partial x^s}{\partial t} = C\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + E\frac{\partial^2 x^s}{\partial x^2}, \tag{2}$$

где

$$A = \frac{K_e k\,[(1 - x_0^s)V_w + \gamma x_0^s V_s]\,S}{\phi_0}, \quad H = -\frac{K_e k(1-\gamma)RT}{\phi_0},$$

$$C = -\frac{x_0^s(1 - x_0^s)(1-\gamma)V_{soln}k}{\phi_0}, \quad E = \frac{[x_0^s RTk(1-\gamma) + D\gamma V_{soln}]\,V_{soln}}{\phi_0 V_w},$$

ϕ_0 — некоторая средняя пористость, S — площадь мембраны.

Решение системы уравнений диффузии (1), (2) с данными Коши $x^s|_{t=0} = x_1^s$, $p|_{t=0} = p_1$ имеют вид

$$p = p_2 + \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}\big[p_1 - p_2 + \lambda_1\big(x_1^s - x_2^s\big)\big]\operatorname{erf}\left(\frac{1}{2}x(k_1 t)^{-\frac{1}{2}}\right) - \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}\big[p_1 - p_2 + \lambda_2\big(x_1^s - x_2^s\big)\big]\operatorname{erf}\left(\frac{1}{2}x(k_2 t)^{-\frac{1}{2}}\right),$$

$$x^s = x_2^s + \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2}\big[p_1 - p_2 + \lambda_1\big(x_1^s - x_2^s\big)\big]\operatorname{erf}\left(\frac{1}{2}x(k_1 t)^{-\frac{1}{2}}\right) - \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2}\big[p_1 - p_2 + \lambda_2\big(x_1^s - x_2^s\big)\big]\operatorname{erf}\left(\frac{1}{2}x(k_2 t)^{-\frac{1}{2}}\right),$$

где $\operatorname{erf}(x)$ — функция ошибки, для которой $\operatorname{erf}(0) = 0$ и $\operatorname{erf}(x) \to 1$ когда $x \to \infty$,

$$\lambda_1 = \frac{E - A + ((E-A)^2 + 4HC)^{1/2}}{2C}, \tag{3}$$

$$\lambda_2 = \frac{E - A - ((E-A)^2 + 4HC)^{1/2}}{2C}, \tag{4}$$

две скорости релаксации k_1 и k_2 определяются как

$$k_1 = A + \lambda_1 C = \frac{1}{2}(E + A + ((E-A)^2 + 4HC)^{1/2}), \tag{5}$$

$$k_1 = A + \lambda_2 C = \frac{1}{2}(E + A - ((E-A)^2 + 4HC)^{1/2}). \tag{6}$$

§ 2. Теория пороупругости

Чтобы связать изменения деформации e_{ij} горной породы с изменениями приложенного напряжения σ_{ij} и изменениями химических потенциалов компонентов пористой жидкости, воспользуемся модифицированной теорией пороупругости. Если поровая жидкость содержит n химических веществ с химическими потенциалами μ^i $(i = 1, \dots, n)$ и с массой m^i (на единицу объема пористого материала), то [3]

$$de_{ij} = S_{ijkl}d\sigma_{kl} + \sum_{q=1}^{n} Q_{ij}^{q}\, d\mu^q, \tag{7}$$

$$dm^p = Q_{ij}^{p} d\sigma_{ij} + \sum_{q=1}^{n} B^{pq}\, d\mu^q, \tag{8}$$

где перекрестные коэффициенты Q_{ij}^{r} являются общими для (7) и (8) и $B^{rs} = B^{sr}$.

Предположим, что изменение приложенного напряжения $d\sigma_{ij}$ сжимает компоненты поровой жидкости пропорционально их молярным долям и, следовательно, в (8) $Q_{ij}^{p} = x^p$. Из уравнения Гиббса — Дюгема следует, что

$$\sum_{q=1}^{n} Q_{ij}^{q}\, d\mu^q = V_{soln}\, dp$$

и только изменения порового давления требуется для (7). Предположим, что горная порода изотропна с модулем сдвига G, параметром Скемптона B и дренированными и недренированными коэффициентами Пуассона ν, ν_u соответственно. Тогда уравнение (7) принимает следующий вид:

$$2Gde_{ij} = d\sigma_{ij} - \frac{\nu}{1+\nu} d\sigma_{kk}\delta_{ij} + \frac{3(\nu_u - \nu)}{B(1+\nu)(1+\nu_u)} p\delta_{ij} \tag{9}$$

Из уравнения равновесия [4] следует, что выполняется уравнение

$$\Delta \left[\sigma_{kk} + \frac{6(\nu_u - \nu)}{B(1-\nu)(1+\nu_u)} p \right] = 0. \tag{10}$$

Химические потенциалы μ^i в (8) не могут быть сведены к простому поровому давлению p. Тем не менее в двухкомпонентной пористой жидкости удобно использовать давление p и мольную фракцию x^s, а не химические потенциалы μ^s, μ^w, соответственно. Таким образом, для некоторой константы α, определяемой ниже, имеют место

$$dm^s = \frac{3x^s(\nu_u - \nu)}{2GB(1+\nu)(1+\nu_u)V_{soln}} [d\sigma_{kk} + 3B^{-1}dp] + \frac{\alpha}{V_s} dx^s,$$

$$dm^w = \frac{3(1-x^s)(\nu_u - \nu)}{2GB(1+\nu)(1+\nu_u)V_{soln}} [d\sigma_{kk} + 3B^{-1}dp] - \frac{\alpha}{V_w} dx^s.$$

Если объем пор (на единицу объема) арвен ϕ_0, число молей растворителя и растворенного вещества

$$m^w = (1 - x^s)\frac{\phi_0}{V_{soln}}, \quad m^s = x^s \frac{\phi_0}{V_{soln}}$$

и, следовательно,

$$\alpha = \frac{\phi_0 V_w V_s}{V_{soln}^2}.$$

Используя законы сохранения массы

$$\frac{\partial m^s}{\partial t} + \nabla \cdot f_s = 0, \quad \frac{\partial m^w}{\partial t} + \nabla \cdot f_w = 0,$$

получим

$$\frac{3x^s(\nu_u - \nu)}{2GB(1+\nu)(1+\nu_u)V_{soln}}\left[\frac{\partial \sigma_{kk}}{\partial t} + \frac{3}{B}\frac{\partial p}{\partial t}\right] + \frac{\alpha}{V_s}\frac{\partial x^s}{\partial t} = \lambda k \nabla x^s \nabla p + \lambda D \Delta x^s, \quad (11)$$

и

$$\frac{3(1-x^s)(\nu_u - \nu)}{2GB(1+\nu)(1+\nu_u)V_{soln}}\left[\frac{\partial \sigma_{kk}}{\partial t} + \frac{3}{B}\frac{\partial p}{\partial t}\right] - \frac{\alpha}{V_w}\frac{\partial x^s}{\partial t}$$
$$= k\nabla(1-x^s)\nabla p - \left[(1-\lambda)RTk + \lambda D V_s\right] V_w^{-1}\Delta x^s. \quad (12)$$

Следуя [1], далее предположим, что x^s меняется достаточно мало, и мы можем пренебречь изменениями коэффициентов в (11) и (12). После простых преобразований получим систему уравнений диффузии

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = A\nabla^2\Phi + H\nabla^2 x^s, \quad (13)$$

$$\frac{\partial x^s}{\partial t} = C\nabla^2\Phi + E\nabla^2 x^s, \quad (14)$$

где

$$\Phi = \sigma_{kk} + \frac{3p}{B},$$

$$A = \frac{2GB^2k(1-\nu)(1+\nu_u)^2}{9(1-\nu_u)(\nu_u-\nu)V_{soln}}\left[\gamma V_s x_0^s + V_w(1-x_0^s)\right],$$

$$H = \frac{2GB(1+\nu)(1+\nu_u)(\gamma-1)RTk}{3(\nu_u - \nu)},$$

$$C = \frac{(\gamma-1)Bk(1-\nu)(1+\nu_u)V_sV_w x_0^s(1-x_0^s)}{3(1-\nu_u)(1+\nu)\alpha V_{so\ln}},$$

$$E = \frac{V_s}{\alpha V_{soln}}\left[\gamma D V_{soln} + (1-\gamma)RTkx_0^s\right].$$

Как показано в [5–8], коэффициенты ν и k можно связать с пористостью:

$$\nu = \frac{\tilde{\lambda}}{2(\tilde{\lambda} + G)}, \quad \widetilde{\lambda} = \lambda - (\alpha\rho^2)^{-1}K^2, \quad K = \lambda + \frac{2}{3}G, \quad k = \frac{\mu}{\chi\rho\rho_l},$$

где μ — вязкость воды, χ — коэффициент трения, $\rho = \rho_l + \rho_s$, $\rho_s = \rho_s^f(1 - d_0)$ и $\rho_l = \rho_l^f d_0$, d_0 — пористость, ρ_s^f и ρ_l^f — физические плотности пористого тела и воды соответственно, λ, G, $\alpha\rho^2$ — упругие параметры пористой среды [9]. Упругие параметры K, G, α выражаются через скорость распространения поперечной волны c_s и две скорости продольных волн c_{p_1}, c_{p_2} [10, 11].

§ 3. Моделирование процесса набухания вокруг ствола скважины

Применим результаты предыдущего параграфа к двумерному анализу цилиндрического ствола скважины радиусом b, окруженного пористой породой. Предположим, что поровое давление и мольная доля растворенного вещества в породе изначально равнялась p^{∞}и x^s_{∞} соответственно. Напряжения на бесконечности однородное с компонентами $\sigma_{zz} = \sigma^{\infty}_{zz}$ и $\sigma_{rr} = \sigma_{\theta\theta} = \sigma^{\infty}_{rr}$. После проведения бурения (в момент времени t = 0) граничные условия в стволе скважины принимают вид

$$p = -\sigma_{rr} = p_{mud}, \quad x^s = x^s_{mud}, \quad \text{при } r = b, \tag{15}$$

где p_{mud} — давление бурового раствора в стволе скважины, и x^s_{mud} представляет собой мольную долю растворенного вещества в буровом растворе.

Следуя [4, 12], рассмотрим поведение горной породы на бесконечности как исходное состояние и измерим все напряжения, давления и концентрации относительно соответствующих значений, находящихся на бесконечности, так что граничные условия в скважине имеют вид [1]

$$\begin{gathered} p = p_w = p_{mud} - p^{\infty}, \\ \sigma_{rr} = \sigma^w_{rr} = -p_{mud} - \sigma^{\infty}_{rr}, \\ x^s = x^s_w = x^s_{mud} - x^s_{\infty}, \quad \text{при } r = b. \end{gathered} \tag{16}$$

Следовательно, процесс диффузии контролируется системой уравнений (13), (14). Применяя преобразование Фурье по времени к обеим частям системы (13), (14), получим

$$i\omega\widehat{\Phi} = A\nabla^2\widehat{\Phi} + H\nabla^2\hat{x}^s, \tag{17}$$

$$i\omega\hat{x}^s = C\nabla^2\widehat{\Phi} + E\nabla^2\hat{x}^s, \tag{18}$$

где

$$\hat{v}(\omega) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t} v\, dt.$$

Ограниченное решение системы (17), (18) имеет вид

$$\widehat{\Phi} + \lambda_i\hat{x}^s = B_i(\omega)H^{(1)}_0(q_i r), \quad i = 1, 2 \tag{19}$$

где $q_i = \sqrt{i\omega/k_i}$, $H^{(1)}_0(\cdot)$ — функция Ханкеля, коэффициенты λ_i, k_i определены формулами (3)–(6) соответственно.

Из уравнения равновесия следует, что

$$\sigma_{kk} = -\frac{6(\nu_u - \nu)}{B(1-\nu)(1+\nu_u)}p. \tag{20}$$

Используя граничные условия (16) при $r = b$, получим

$$B_i(\omega)K_0(q_i b) = \frac{3(1+\nu)(1-\nu_u)}{B(1-\nu)(1+\nu_u)}p_w + \lambda_i x^s_w.$$

Тогда ограниченное решение принимает следующий вид:

$$\hat{x}^s = \frac{B_1(\omega)H_0^{(1)}(q_1r) - B_2(\omega)H_0^{(1)}(q_2r)}{\lambda_1 - \lambda_2},$$

$$\widehat{\Phi} = \frac{\lambda_2 B_1(\omega)H_0^{(1)}(q_1r) - \lambda_1 B_2(\omega)H_0^{(1)}(q_2r)}{\lambda_2 - \lambda_1}, \tag{21}$$

$$\hat{p} = \frac{B(1-\nu)(1+\nu_u)}{3(1+\nu)(1-\nu_u)}\widehat{\Phi}.$$

Так как в направлении z отсутствует деформация и, следовательно, в силу (9)

$$\hat{\sigma}_{zz} = \frac{\nu\widehat{\Phi}}{1+\nu} - \frac{3\nu_u\hat{p}}{B(1+\nu_u)} = \frac{(\nu-\nu_u)}{(1+\nu)(1-\nu_u)}\widehat{\Phi}.$$

Из (9) и (20) получим, что радиальное смещение $u(r,t)$ удовлетворяет

$$2G\frac{\partial}{\partial r}(ur) = \frac{r(\nu_u-\nu)}{(1+\nu)(1-\nu_u)}\Phi,$$

и тем самым

$$2G\hat{u}r = C_2(\omega) + \frac{r(\nu_u-\nu)}{(1+\nu)(1-\nu_u)(\lambda_2-\lambda_1)}\left[\frac{\lambda_1 B_2(\omega)H_1^{(1)}(q_2r)}{q_2} - \frac{\lambda_2 B_1(\omega)H_1^{(1)}(q_1r)}{q_1}\right].$$

Здесь $C_2(\omega)$ — постоянная интегрирования. Радиальное напряжение определяется как:

$$\hat{\sigma}_{rr} = \frac{b^2}{r^2}\sigma_{rr}^w + \frac{(\nu_u-\nu)}{(1+\nu)(1-\nu_u)(\lambda_2-\lambda_1)}$$
$$\times\left[\lambda_2 B_1(\omega)\left(\frac{H_1^{(1)}(q_1r)}{q_1r} - \frac{bH_1^{(1)}(q_1b)}{q_1r^2}\right) - \lambda_1 B_2(\omega)\left(\frac{H_1^{(1)}(q_2r)}{q_2r} - \frac{bH_1^{(1)}(q_2b)}{q_2r^2}\right)\right],$$

где с учетом граничного условия на напряжение в стволе скважины можно определить постоянную

$$C_2(\omega) = -b^2\sigma_{rr}^w$$
$$+ \frac{(\nu_u-\nu)b}{(1+\nu)(1-\nu_u)(\lambda_2-\lambda_1)}\left[\lambda_2 B_1(\omega)\frac{H_1^{(1)}(q_1b)}{q_1} - \lambda_1 B_2(\omega)\frac{H_1^{(1)}(q_2b)}{q_2}\right].$$

Тангенциальное напряжение определяется формулой

$$\hat{\sigma}_{\theta\theta} = -\frac{b^2}{r^2}\sigma_{rr}^w$$
$$+ \frac{\nu_u-\nu}{(1+\nu)(1-\nu_u)(\lambda_2-\lambda_1)}\left[\lambda_1 B_2(\omega)\left(\frac{H_1^{(1)}(q_2r)}{q_2r} - \frac{bH_1^{(1)}(q_2b)}{q_2r^2} + H_0^{(1)}(q_2r)\right)\right.$$
$$\left. - \lambda_2 B_1(\omega)\left(\frac{H_1^{(1)}(q_1r)}{q_1r} - \frac{bH_1^{(1)}(q_1b)}{q_1r^2} + H_0^{(1)}(q_1r)\right)\right].$$

Отсюда девиаторный тензор напряжений вычисляется по формуле

$$\hat{\sigma}_{rr} - \hat{\sigma}_{\theta\theta} = \frac{2b^2}{r^2}\sigma^w_{rr}$$
$$+ \frac{\nu_u - \nu}{(1+\nu)(1-\nu_u)(\lambda_2 - \lambda_1)}\Bigg[\lambda_2 B_1(\omega)\bigg(\frac{2H^{(1)}_1(q_1 r)}{q_1 r} - \frac{2bH^{(1)}_1(q_1 b)}{q_1 r^2} + H^{(1)}_0(q_1 r)\bigg)$$
$$- \lambda_1 B_2(\omega)\bigg(\frac{2H^{(1)}_1(q_2 r)}{q_2 r} - \frac{2bH^{(1)}_1(q_2 b)}{q_2 r^2} + H^{(1)}_0(q_2 r)\bigg)\Bigg].$$

Заключение

Рассмотрена химически инертная деформируемая горная порода, для которой учитываются только изменения напряжения и порового давления: химия пористой жидкости не оказывает прямого влияния на деформацию. Показано, что изменения химических эффектов приводит к изменению порового давления и деформации горных пород. Предложенная теория применена для математического моделирования переноса растворителя и растворенного вещества через полупроницаемый глинистый сланец.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Sherwood J. D.* A model of hindered solute transport in a poroelastic shale // Proc. R. Soc. Lond., Ser. A. 1994. V. 445. P. 679–692.
2. *Staverman A. J., Smit J. A. M.* Thermodynamics of irreversible processes. Membrane theory: osmosis, electrokinetics, membrane potentials // Physical Chemistry: Enriching topics from colloid and surface science (H. van Olphen, K. J. Mysels, eds.). La Jolla, CA: Theorex, 1975. Ch. 22. P. 343–384.
3. *Sherwood J. D.* Biot poroelasticity of a chemically active shale // Proc. R. Soc. Lond., Ser. A. 1993. V. 440. P. 365–377.
4. *Rice J. R., Clearly M. P.* Some basic stress diffusion solutions for fluid-saturated elastic porous media with compressible constituents // Rev. Geophys. Space Phys. 1976. V. 14. P. 227–241.
5. *Imomnazarov Kh. Kh.* Concentrated force in a porous half-space // Bull. Novosib. Comp. Cent., Ser. Math. Model. Geophys. Novosibirsk, 1998. N 4. P. 75–77.
6. *Грачев Е. В., Жабборов Н. М., Имомназаров Х. Х.* Сосредоточенная сила в упругопористом полупространстве // Докл. АН. 2003. Т. 391, № 3. С. 331–333.
7. *Grachev E., Imomnazarov Kh., Zhabborov N.* One nonclassical problem for the statics equations of elastic-deformed porous media in a half-plane // Appl. Math. Lett. 2004. V. 17, N 1. P. 31–34.
8. *Жабборов Н. М., Имомназаров Х. Х.* Некоторые начально-краевые задачи механики двухскоростных сред. Ташкент: Изд-во НУУз им. Мирзо Улугбека, 2012.
9. *Blokhin A. M., Dorovsky V. N.* Mathematical modelling in the theory of multivelocity continuum. New York: Nova Sci., 1995.
10. *Имомназаров Х. Х.* Несколько замечаний о системе уравнений Био // Докл. АН. 2000. Т. 373, № 4. С. 536–537.
11. *Imomnazarov Kh. Kh.* Some remarks on the Biot system of equations describing wave propagation in a porous medium // Appl. Math. Lett. 2000. V. 13, N 3. P. 33–35.
12. *Sherwood J. D., Bailey L.* Swelling of shale around a cylindrical wellbore // Proc. R. Soc.

Lond., Ser. A. 1994. V. 444. P. 161–184.

Поступила в редакцию 3 ноября 2019 г.
После доработки 4 февраля 2020 г.
Принята к публикации 30 августа 2020 г.

Имомназаров Бунёд Холматжонович
Новосибирский государственный университет,
ул. Пирогова, 1, Новосибирск 630090
buned11998.07@mail.ru

Хайдаров Илхом Кудратович
Ташкентский областной Чирчикский государственный педагогический институт,
ул. Амира Темура, 104, Чирчик 111700, Узбекистан
khaydarov_iq@rambler.ru

Математические заметки СВФУ
Июль—сентябрь, 2020. Том 27, № 3

UDC 539.214

ABOUT ONE MODEL OF SOLUTE TRANSPORT IN A POROUS ELASTIC SHALE

B. Kh. Imomnazarov and I. Q. Khaydarov

Abstract: We consider a chemically inert elastically deformable rock for which only changes in stress and pore pressure are taken into account: the chemistry of a saturating pore fluid does not directly affect the rock deformation. Chemical effects are taken into account through transport equations, thus leading to changes in pore pressure and rock deformation. Hence, a change in the salinity of the saturating fluid of the porous medium has minimal effect on the rock stress. Due to the fact that clay particles in the shale are compacted fairly, the chemical composition of the pore fluid does change the stress in the shale and the effects characteristic of ions present the interest. The theory proposed is applied to mathematical modeling of the transfer of a solvent and solute through a semi-permeable clay shale. The constructed theory is used to simulate the swelling process around a wellbore. Expressions for stresses are obtained that allow one to explore the near-well space.

DOI: 10.25587/SVFU.2020.62.78.007

Keywords: porous medium, saturated fluid, elastic parameters, stress tensor, partial density, Darcy law, chemical potential.

REFERENCES

1. *Sherwood J. D.*, "A model of hindered solute transport in a poroelastic shale," Proc. R. Soc. Lond., Ser. A, **445**, 679–692 (1994).
2. *Staverman A. J. and Smit J. A. M.*, "Thermodynamics of irreversible processes. Membrane theory: osmosis, electrokinetics, membrane potentials," in: Physical Chemistry: Enriching topics from colloid and surface science (H. van Olphen and K. J. Mysels, eds.), Ch. 22, 343–384, Theorex, La Jolla, CA (1975).
3. *Sherwood J. D.*, "Biot poroelasticity of a chemically active shale," Proc. R. Soc. Lond., Ser. A, **440**, 365–377 (1993).
4. *Rice J. R. and Clearly M. P.*, "Some basic stress diffusion solutions for fluid-saturated elastic porous media with compressible constituents," Rev. Geophys. Space Phys., **14**, 227–241 (1976).
5. *Imomnazarov Kh. Kh.*, "Concentrated force in a porous half-space [in Russian]," Bull. Novosib. Comp. Center, Ser. Math. Mod. Geophys., No. 4, 75–77 (1998).
6. *Grachev E. V., Zhabborov N. M., and Imomnazarov Kh. Kh.*, "A concentrated force in an elastic porous half-space," Doklady Phys. **48**, No. 7, 376–378 (2003).
7. *Grachev E., Imomnazarov Kh., and Zhabborov N.*, "One nonclassical problem for the statics equations of elastic-deformed porous media in a half-plane," Appl. Math. Lett., **17**, No. 1, 31–34 (2004).
8. *Zhabborov N. M. and Imomnazarov Kh. Kh.*, Some Initial Boundary Value Problems of Mechanics of Two-Velocity Media [in Russian], Izdat. Nats. Univ. Uzbekistana im. Mirzo Ulugbeka, Tashkent (2012).
9. *Blokhin A. M. and Dorovsky V. N.*, Mathematical Modelling in the Theory of Multivelocity Continuum, Nova Science, New York (1995).

10. *Imomnazarov Kh. Kh.*, "Some remarks on the system of Biot equations [in Russian]," Dokl. Akad. Nauk, **373**, No. 4, 536–537 (2000).
11. *Imomnazarov Kh. Kh.*, "Some remarks on the Biot system of equations describing wave propagation in a porous medium," Appl. Math. Lett., **13**, No. 3, 33–35 (2000).
12. *Sherwood J. D. and Bailey L.*, "Swelling of shale around a cylindrical wellbore," Proc. R. Soc. Lond., Ser. A, **444**, 161–184 (1994).

Submitted November 3, 2019
Revised February 4, 2020
Accepted August 30, 2020

Bunyod Kh. Imomnazarov
Novosibirsk State University,
1 Pirogov Street, Novosibirsk 630090, Russia
`buned11998.07@mail.ru`

Ilkhom Q. Khaydarov
Chirchik State Pedagogical Institute of the Tashkent region,
104 Amir Temur Street, Chirchik 111700, Uzbekistan
`khaydarov_iq@rambler.ru`